

令和3年度 前期日程
入学者選抜学力検査問題

環境・情報科学科
数 学

〔注 意〕

- 1 机上に受験票を提示しておくこと。
- 2 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 解答は必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
- 4 解答用紙に受験番号および氏名を必ず記入すること。
- 5 この冊子の問題は4ページからなっている。
- 6 解答用紙は4枚ある。
- 7 下書き用紙は4枚ある。
- 8 この問題冊子のうち、落丁・乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば、手をあげて申し出ること。
- 9 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
- 10 問題冊子と下書き用紙は、持ち帰ること。

令和3年度 前期日程 入学者選抜学力検査問題

環境・情報科学科 数学 正誤表

3 ページ

3

2 行目

(誤)・・・垂線 PH を下ろす。以下の問いに答えよ。

(正)・・・垂線 PH を下ろす。H の x 座標, y 座標, z 座標がすべて正または 0 のとき, 以下の問いに答えよ。

5 行目

(誤) (3) H の x 座標, y 座標, z 座標がすべて正または 0 のとき, $|\overline{PH}|$ の最大値を求めよ。

(正) (3) $|\overline{PH}|$ の最大値を求めよ。

1 以下の問いに答えよ.

- (1) 31 が素数であることを, 背理法を用いて証明せよ. 3, 5, 7 が素数であることは用いてよい.
- (2) ${}_{31}C_r$ ($r = 1, 2, \dots, 30$) を 31 で割った余りは 0 であることを, 背理法を用いて証明せよ.
- (3) すべての自然数 n に対して $n^{31} - n$ を 31 で割った余りは 0 であることを, 数学的帰納法を用いて証明せよ.

(配点 100 点)

2 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{1}{a_n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。以下の問いに答えよ。

- (1) n が 2 以上の自然数のとき, $\sum_{k=2}^n \frac{1}{k} < \log n$ が成り立つことを示せ.
- (2) n が 2 以上の自然数のとき, $\sum_{k=2}^n \frac{1}{k^2} < 1$ が成り立つことを示せ.
- (3) n が 2 以上の自然数のとき, $a_n^3 > 3n$ が成り立つことを示せ.
- (4) a_{243} の値の整数部分が 9 であることを示せ.

(配点 100 点)

3 $s > 0, t > 0$ とする。O を原点とする xyz 空間内に 4 点 $A(\sqrt{3}, 0, 0)$, $B(0, \sqrt{3}, 0)$, $C(0, 0, 1)$, $P(s, t, 2)$ がある。A, B, C の定める平面を α とする。P から α に垂線 PH を下ろす。以下の問いに答えよ。

(1) 平面 α の方程式を求めよ。

(2) H の座標を s, t を用いて表せ。

(3) H の x 座標, y 座標, z 座標がすべて正または 0 のとき, $|\overrightarrow{PH}|$ の最大値を求めよ。

(4) $|\overrightarrow{PH}|$ が最大値をとるときの, 四面体 ABCP の体積を求めよ。

(配点 100 点)

4 $p > 0$, q を実数とする. xy 平面上に点 $P(p, q)$ および曲線 $C: y = x^3 - 12x + 1$ がある. 以下の問いに答えよ.

(1) t を実数とする. C 上の点 $(t, t^3 - 12t + 1)$ における C の接線の方程式を求めよ.

(2) C に P から引いた 3 本の接線が相異なるとき, q が満たすべき条件を p を用いてすべて表せ.

(3) P が C 上にあり, P を通る C の接線と C との接点を点 R とする. R の x 座標が負のとき, C と C の接線で囲まれた部分の面積を p を用いて表せ.

(配点 100 点)